

НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТРОЕНИЮ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ В МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Цурганов А.Г, Иванова С.В.

*УО «Витебский государственный ордена Дружбы народов
медицинский университет»*

По одному из популярных определений, статистика – это наука, позволяющая распространять выводы, сделанные на основе изучения части совокупности (выборки), на всю совокупность (генеральную совокупность). В этом определении заключена сущность выборочного метода и его ведущая роль в статистике.

Сначала по данным выборки находят числовые характеристики, которые являются оценкой неизвестного параметра генеральной совокупности. Если статистическая оценка представлена одним числом, то она называется точечной. Например, несмещенной оценкой генеральной средней служит выборочная средняя \bar{x}_s , а генеральной дисперсии – исправленная выборочная дисперсия S_x^2

(при $n < 30$):
$$\bar{x}_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_s)^2.$$

Стандартное отклонение $S_x = \sqrt{S_x^2}$ также как и дисперсия S_x^2 , служит мерой рассеяния данных в выборке.

Если из генеральной совокупности брать разные выборки с одинаковым объёмом n , то можно для каждой выборки вычислить \bar{x}_s . Эти средние значения сами являются случайными величинами. Распределение средних значений разных выборок, полученных из одной генеральной совокупности, будет нормальным со средним значением, равным среднему значению μ генеральной совокупности и дисперсией

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{S_x^2}{n} \quad (S_{\bar{x}} - \text{стандартная ошибка среднего}).$$

$S_{\bar{x}}$ показывает насколько среднее \bar{x}_s отличается от среднего μ генеральной совокупности. $S_{\bar{x}}$ всегда меньше, чем S_x и уменьшается с увеличением объёма выборки n .

Для «полноценной» оценки неизвестных параметров только точечных оценок недостаточно – необходимо какая-нибудь мера точности этих оценок. Такой мерой точности служат доверительные интервалы (ДИ). ДИ – это интервал, который с заданной вероятностью γ накрывает неизвестное значение параметра θ (например, $\mu = \theta$). Вероятность γ (в медицине чаще всего $\gamma = 95\%$) называется доверительной вероятностью.

Способ построения ДИ, например, для математического ожидания μ , зависит от того, известно ли значение дисперсии σ^2 . Чаще всего σ^2 неизвестно. В этом случае ($n < 30$) ДИ для μ строится следующим образом:

1. Вычисляются точечные оценки \bar{x}_s и S_x ;
2. Задаётся доверительная вероятность γ ;
3. Из таблиц распределения Стьюдента находят значение коэффициента Стьюдента t ;
4. Вычисляем доверительный интервал: $(\bar{x}_s - t \cdot S_{\bar{x}}; \bar{x}_s + t \cdot S_{\bar{x}})$.

Для того, чтобы использование ДИ было корректным, необходимо выполнение двух условий: 1) выборка должна быть случайной; 2) данные должны быть распределены нормально (если

объём выборки большой ($n > 30$), то этот метод можно использовать для любых распределений).

В настоящее время в научной медицинской литературе представление результатов исследования в виде ДИ получило широкое распространение, а в ряде изданий стало обязательным требованием, что объясняется следующим:

- простота и наглядность (повышение-понижение) представления изучаемого параметра;
- возможность сравнения выборок (наряду с использованием статистических гипотез);
- построить ДИ можно не только для нормально распределённых совокупностей.

ДИ, таким образом, даёт информацию о том, где с известной вероятностью находится среднее генеральной совокупности. Это рационально, если мы ищем обобщающую характеристику для большой генеральной совокупности. Однако для отдельного случая этот доверительный интервал не подходит. Вместо этого необходим более широкий интервал, отражающий не только оценку неопределённости \bar{x} , равную $S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$ (которая может быть очень маленькой при большом n), но и оценку разброса S_x отдельного наблюдения.

Хотя разница между S_x и $S_{\bar{x}}$ очевидна, их часто путают. Большинство авторов приводят в публикациях интервал $t \cdot S_{\bar{x}}$, который заведомо меньше, чем интервал $t \cdot S_x$. Авторам кажется, что данные в виде $\bar{x} \pm t S_{\bar{x}}$ внушают большее доверия из-за их малой вариабельности. Однако дело в том, что $S_{\bar{x}}$ измеряет именно точность оценки среднего, но никак не разброс данных, который и интересен читателю. Поэтому редакциями зарубежных научных изданий в настоящее время признаётся некорректным описание рассеяния данных с использованием $S_{\bar{x}}$.

Рассмотрим пример, показывающий различие между использованием S_x и $S_{\bar{x}}$. Пусть, например, после обследования $n=15$ человек исследователь пишет, что АД составляет 145 ± 5 мм рт. ст. Во-первых, часто бывает трудно понять, что за интервал приводится в публикации ($t \cdot S_x$ или $t \cdot S_{\bar{x}}$). Скорее автор укажет 1-ый интервал, что с вероятностью 95% означает, что АД находится в интервале от 140 до 150 мм рт. ст. На самом деле в этом интервале находится среднее значение АД. Впрочем, умножив S_x на \sqrt{n} , можно $S_{\bar{x}}$ рассчитать

самому:

Т.К.

$t_{\gamma, n} = t_{0,93,15} = 2,145$, то из $5 = t \cdot S_x$ следует, что $S_x = 5/2,145 = 2,33$ откуда

$$S_x = S_x \cdot \sqrt{n} = 2,33 \cdot \sqrt{15} = 9 \text{ мм рт.ст.}$$

Тогда в выборке из 15 обследованных АД находится в интервале 145 ± 9 мм рт. ст, что легко использовать на практике (в случае ДИ 145 ± 5 мм инструментальная погрешность может даже превзойти полуширину интервала).

При построении ДИ следует также обратить внимание на анализ выпадающих значений (выбросов). Причины выбросов: 1) ошибка при получении данных (артефакт); 2) ошибка при подготовке данных (опечатка); 3) аномальное значение случайной величины. В первых двух ситуациях ошибки могут быть легко обнаружены, а в последнем случае требуется особое внимание. В некоторых руководствах на основании правила трёх сигм (3σ) рекомендуется исключить выбросы из дальнейшего анализа. В настоящее время принят другой подход: данные необходимо анализировать 2 раза – вместе с выпадающим значением, а затем без него. Если результаты различаются незначительно, то взять первый результат. Если же они различаются, необходимо привести и прокомментировать и тот и другой.